

Пример выполнения работы по теме:  
Кинематика точки

После получения варианта задания необходимо подписать лист для выполнения задания, записать «Дано» и приступить к решению.

Решение:

На основании условий задач с учетом выбранной системы координат запишем уравнения движения точки:

$$x(t) = 3(t - 2),$$

$$y(t) = 2(t - 2)^2.$$

Для нахождения уравнения траектории точки в явной форме необходимо исключить время из уравнений движения данной точки. Для этого используем выражение для зависимости координаты  $x$  и подставим его в  $y$ , получим:

$$y = \frac{2}{9}x^2.$$

Это уравнение траектории точки определяет параболу.

Для нахождения координат точки в требуемые моменты времени подставим в уравнения движения:

$$t = 0 \text{ с, получим: } x(0) = -6 \text{ м, } y(0) = 8 \text{ м;}$$

$$t = 3 \text{ с, получим: } x(3) = 3 \text{ м, } y(3) = 2 \text{ м.}$$

Определим проекции скорости на оси координат по полученным ранее уравнениям движения:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = 3 \text{ м/с, } v_y = \frac{dy}{dt} = 4(t - 2) \text{ м/с}$$

Откуда:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{9 + 16(t - 2)^2}; \quad v(3) = 5 \text{ м/с}$$

Определим проекции ускорения на оси координат по полученным ранее зависимостям проекций скоростей:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0 \text{ м/с}^2, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = 4 \text{ м/с}^2$$

Откуда:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{0 + 4^2}; \quad a(3) = 4 \text{ м/с}^2$$

Из вычислений видно, что ускорение точки направлено параллельно оси  $Oy$  вверх и не зависит от времени.

Определим касательное ускорение двумя способами:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{16(t-2)}{\sqrt{9+16(t-2)^2}}; \quad a_\tau(3) = \frac{16}{5} = 3.2 \text{ м/с}^2$$

$$a_\tau = \frac{v_x a_x + v_y a_y}{v}; \quad a_\tau(3) = \frac{3 \cdot 0 + 4 \cdot 4}{5} = \frac{16}{5} = 3.2 \text{ м/с}^2$$

Проекцию ускорения на главную нормаль вычислим используя формулу:

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_\tau^2}; \quad a_n(3) = \sqrt{16 - \frac{256}{25}} = \frac{12}{5} = 2.4 \text{ м/с}^2$$

Для нахождения радиуса кривизны траектории воспользуемся формулой:

$$\rho = \frac{v^2}{a_n}; \quad \rho(3) = \frac{25 \cdot 5}{12} = 10.42 \text{ м.}$$

Ответ:

$$y = \frac{2}{9}x^2 \quad \begin{array}{ll} v(3) = 5 \text{ м/с} & a_\tau(3) = 3.2 \text{ м/с}^2 \\ a(3) = 4 \text{ м/с}^2 & a_n(3) = 2.4 \text{ м/с}^2 \end{array}$$

$$\rho(3) = 10.42 \text{ м.}$$